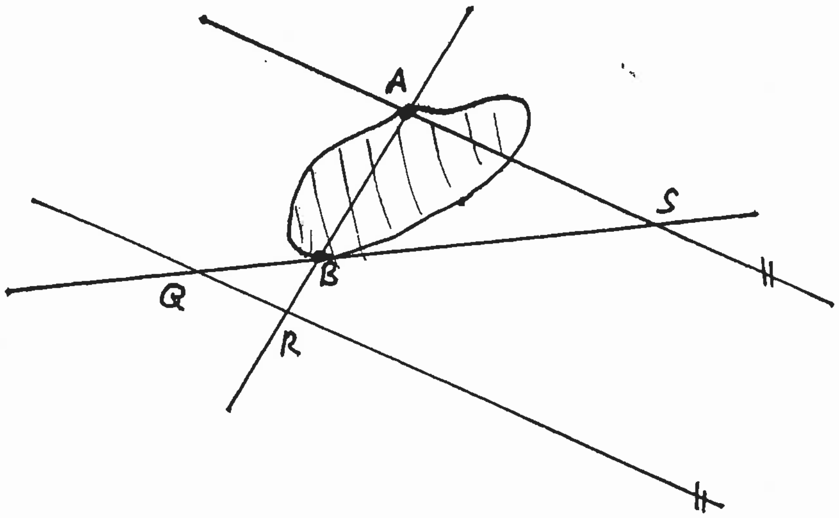
Übungsaufgaben für Mittwoch, den 20.8.2008

1) Zwei Geländepunkte A und B sind durch einen See getrennt. Bestimmen Sie aus den eingetragenen Angaben die Entfernung der Punkte A und B.



$AS \parallel QR$

$\overline{BS} = 560\,m$

$\overline{BR} = 160\,m$

$\overline{BQ} = 240\,m$

2) Berechnen Sie
   a) $10001_2 + 100100_2$
   b) $1011_2 - 111_2$
   c) $10000001_2 - 1011011_2$
   d) $11001_2 \cdot 1101_2$

3) Übersetzen Sie ins Zweiersystem:
   a) 200 b) 400 c) 1000 d) 5000

4) Übersetzen Sie ins Zehnersystem.
   a) 11100011_2 b) 1010010001_2

5) Eine 7,5 m lange Leiter lehnt in 6,6 m Höhe an der Wand. Wie groß ist der Neigungswinkel der Leiter zur Horizontalen ?

6) Bestimmen Sie sin 45° und sin 60° ohne Taschenrechner?

7) Ein Tetraeder besteht aus vier gleichseitigen Dreiecken. Berechnen Sie seine exakte Oberfläche, wenn eine Kante 7,2 dm lang ist.

8) Die Rohrleitung eines Wasserkraftwerks fällt um 360 m. Auf der Karte 1 : 25 000 (von oben!) misst sie 3,2 cm. Berechnen Sie ihren Neigungswinkel und ihre Länge.

9) Zwei Kreise haben die gemeinsame Sehne s = 486 mm. Die Mittelpunktswinkel betragen 78,5° und 117°. Welchen Inhalt hat das gemeinsame Flächenstück?

10) Berechnen Sie die fehlenden Seiten und Winkel des Dreiecks mit: b= 4,5 cm; c = 5 cm; h_c = 3cm.

Wdh.

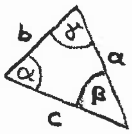
11) Berechnen Sie (Ergebnis im Dualsystem)

a) $(100001)_2 - (100101)_2$ b) $(1010)_2 \cdot (10110)_2$

c) $(100100)_2 : (110)_2$ d) $(1011)_2 : (101)_2$

12) Wandeln Sie die Dezimalzahl in eine Hexadezimalzahl um

a) 100 b) 1000 c) 10000 d) 53,5625

13) 

Berechnen Sie die fehlenden Größen im abgebildeten (Plan-) Dreieck !

a) $a = 4\,cm$; $b = 5\,cm$; $c = 6\,cm$

b) $b = 7\,cm$; $c = 3{,}5\,cm$; $\alpha = 120°$

c) $a = 55{,}6\,m$; $c = 66\,m$; $s_c = 32{,}7\,m$

i.M. Einstiegstest o.TR!

14) Die Summe zweier Zahlen ist doppelt so groß wie ihre Differenz. Ihr Produkt ist dreimal so groß wie ihre Summe. Wie lauten die beiden Zahlen ?

15)
```
  DONALD
+ GERALD
= ROBERT
```
Jeder Buchstabe steht für eine Ziffer von 0 bis 9. Verschiedene Buchstaben stehen für verschiedene Ziffern. D=5. Für welche Ziffern stehen die anderen Buchstaben in nebenstehend verschlüsselter Rechnung im 10er System ?

16) a) Welcher Gleichung genügen alle Punkte $P(x|y)$, die auf dem Kreis um $M(a|b)$ mit dem Radius $r > 0$ liegen ?

b) Beschreiben Sie die Kurve, auf der alle Punkte $P(x|y)$ mit

$$4x^2 + 4y^2 + 12x + 16y = 24$$ liegen !

c) Fassen Sie $\frac{1}{3} \cdot \lg(a^{3m}) - (m-1) \cdot \lg(a)$ zusammen !

d) Lösen Sie $2^x + 2^{x-3} + 3^x = -2^{2+x} + 2 \cdot 3^x$ exakt !

e) Wie viele Stellen hat 2^{2000} im 10er System ? (Es ist $\lg(2) = 0{,}301029995$ zu benutzen !)

f) Ergänzen Sie hier :

$$(a+b)^0 = 1$$
$$(a+b)^1 = 1 \cdot a + 1 \cdot b$$
$$(a+b)^2 =$$
$$(a+b)^3 =$$
$$(a+b)^4 =$$

Wie heißt das entstehende Zahlengebilde ?

Lösungen zum Übungsblatt vom 20.8.2008

1)
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BR}} = \frac{\overline{BS}}{\overline{BQ}} \qquad \text{(1. Strahlensatz)}$$

$$\frac{\overline{AB}}{160\,m} = \frac{560\,m}{240\,m}$$

$$\overline{AB} = \frac{560 \cdot 160}{240}\,m = \underline{\underline{373\,m}} \qquad \text{(Seebreite}$$

genauer: $(373\tfrac{1}{3}\,m)$

2) a)
$$\begin{array}{r} 10001 \\ 100100 \\ \hline 110101 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 1011 \\ -\ \ 111 \\ {\scriptstyle 1}\quad \\ \hline 100 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 10000001 \\ -\ \ 1011011 \\ {\scriptstyle 1\,1\,1\,1\,1\,1}\quad \\ \hline 100110 \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{r} 11001 \cdot 1101 \\ \hline 11001 \\ 11001 \\ 00000 \\ 11001 \\ {\scriptstyle 1\,1\,1\,1\,1}\qquad \\ \hline 101000101 \end{array}$$

3) a) $200 = 1\cdot 128 + 1\cdot 64 + 0\cdot 32 + 0\cdot 16 + 1\cdot 8 + 0\cdot 4 + 0\cdot 2 + 0\cdot 1$
$= 11001000$

b) $400 = 2\cdot 200 = 110010000$

Lösungen zum Übungsblatt vom 20.8.2008

2 b) mit der Zweierkomplement-Methode

$$1011_2 - 111_2 = 100_2$$

$$\begin{array}{r} 1011 \\ 1000 \\ +\ {}_{1\,1}1 \\ \hline 10100 \end{array}$$

↑ Übertrag

2 c) mit der Zweierkomplement-Methode

$$10000001_2 - 1011011_2 = 100110_2$$

$$\begin{array}{r} 10000001 \\ -\ 01011011 \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 10000001 \\ 10100100 \\ +\ {}_{1}\qquad {}_{1}1 \\ \hline 100100110 \end{array}$$

↑ Übertrag

Lösungen zum Übungsblatt vom [illegible].8.20[illegible]

3c)

$1000 : 2 = 500 \quad R\ 0$

$500 : 2 = 250 \quad R\ 0$

$250 : 2 = 125 \quad R\ 0$

$125 : 2 = 62 \quad R\ 1$

$62 : 2 = 31 \quad R\ 0$

$31 : 2 = 15 \quad R\ 1$

$15 : 2 = 7 \quad R\ 1$

$7 : 2 = 3 \quad R\ 1$

$3 : 2 = 1 \quad R\ 1$

$1 : 2 = 0 \quad R\ 1$

$1000 = 1111101000$

d)

$5000 : 2 = 2500 \quad R\ 0$

$2500 : 2 = 1250 \quad R\ 0$

$1250 : 2 = 625 \quad R\ 0$

$625 : 2 = 312 \quad R\ 1$

$312 : 2 = 156 \quad R\ 0$

$156 : 2 = 78 \quad R\ 0$

$78 : 2 = 39 \quad R\ 0$

$39 : 2 = 19 \quad R\ 1$

$19 : 2 = 9 \quad R\ 1$

$9 : 2 = 4 \quad R\ 1$

$4 : 2 = 2 \quad R\ 0$

$2 : 2 = 1 \quad R\ 0$

$1 : 2 = 0 \quad R\ 1$

$5000 = 1001110001000$

Lösungen zum Übungsblatt vom 20.8.200[illegible]

4)

a) $11100011 = 1\cdot 2^7 + 1\cdot 2^6 + 1\cdot 2^5 + 0\cdot 2^4 + 0\cdot 2^3 + 0\cdot 2^2 + 1\cdot 2^1 + 1\cdot 2^0$

$= 128 + 64 + 32 + 2 + 1$

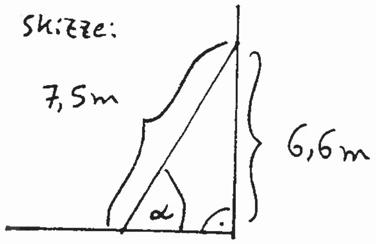
$= \underline{\underline{227}}$

b) 1010010001

$= 1\cdot 2^9 + 0\cdot 2^8 + 1\cdot 2^7 + 0\cdot 2^6 + 0\cdot 2^5 + 1\cdot 2^4 + 0\cdot 2^3 + 0\cdot 2^2 + 0\cdot 2^1 + 1\cdot 2^0$

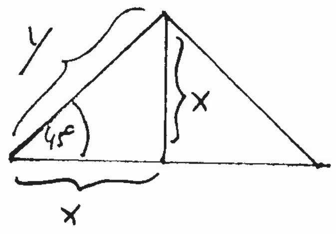
$= 512 + 128 + 16 + 1 = \underline{\underline{657}}$

5) Skizze:



$\sin\alpha = \dfrac{6{,}6\,m}{7{,}5\,m}$; also: $\underline{\underline{\alpha = 61{,}6^\circ}}$

6) 45°: rechtwinklig gleichschenkliges Dreieck:



Pyth.: $y^2 = 2x^2$

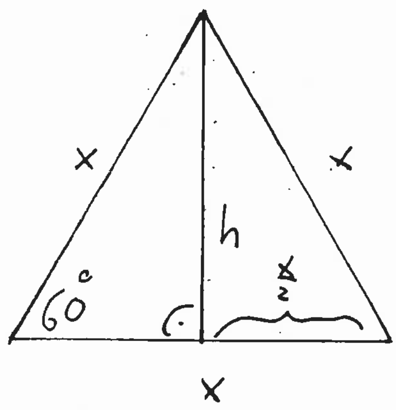
$y = x\cdot\sqrt{2}$

$$\sin 45^\circ = \frac{x}{y} = \frac{x}{x\cdot\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}}}$$

Lösungen zum Übungsblatt vom 20.8.2008

noch 6)

60°: gleichseitiges Dreieck:



Pyth.: $x^2 = h^2 + (\frac{x}{2})^2$

$x^2 = h^2 + \frac{1}{4}x^2$

$\frac{3}{4}x^2 = h^2$

$h = \frac{1}{2}\sqrt{3}\cdot x$

$$\sin 60° = \frac{h}{x} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{3}\cdot x}{x} = \underline{\underline{\frac{1}{2}\sqrt{3}}}$$

7) Flächeninhalt eines gleichseitigen Dreiecks:

$$A = \frac{1}{2}\cdot x \cdot x \cdot \sin 60°$$

$x = 7{,}2\,dm = 72\,cm$

$$A = \frac{1}{2}\cdot 72^2\,cm^2 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

Oberfläche des Tetraeders:

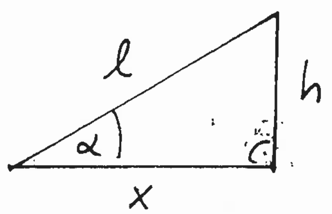
$$O = 4\cdot A = 4\cdot\frac{1}{2}\cdot 72^2\,cm^2\cdot\frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$= 72^2\sqrt{3}\,cm^2$$

$$= \underline{\underline{8978{,}95\,cm^2}}$$

Lösungen zum Übungsblatt vom 20.8.2008

8) Skizze:



$h = 360\,m$

$x = 3{,}2\,cm \cdot 25000$

$= 80\,000\,cm$

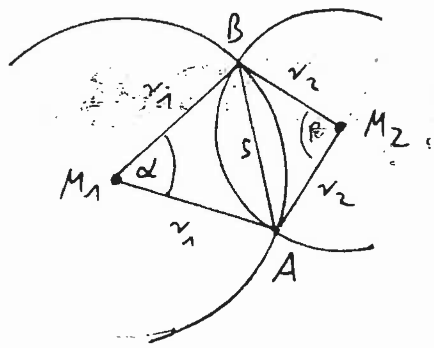
$= 800\,m$

$$\tan\alpha = \frac{h}{x} = \frac{360\,m}{800\,m}$$

$$\underline{\underline{\alpha = 24{,}2^\circ}}$$

$$l = \sqrt{x^2+h^2} = \sqrt{800^2 + 360^2}\ m = \underline{\underline{877{,}27\,m}}$$

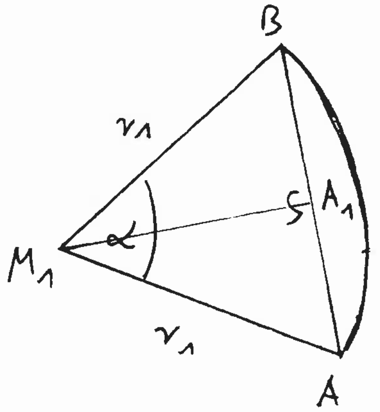
9) Skizze:



$s = 486\,mm$

$\alpha = 78{,}5^\circ$

$\beta = 117^\circ$



$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{s}{2}}{r_1}$$

$$r_1 = \frac{1}{2}\,\frac{s}{\sin\frac{\alpha}{2}}$$

Flächeninhalt des Sektor: $A_{S_1} = \frac{\alpha}{360^\circ}\cdot\pi r_1^2$

Flächeninhalt des Dreiecks: $A_{D_1} = \frac{1}{2} r_1^2 \sin\alpha$

Damit: $A_1 = A_{S_1} - A_{D_1} = \left(\frac{\alpha}{360^\circ}\pi - \frac{1}{2}\sin\alpha\right) r_1^2$

Lösungen zum Übungsblatt vom 2[illegible].8.200[illegible]

noch 9)

Berechnung der Kreisradien:

$$r_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{48{,}6\ \text{cm}}{\sin \frac{78{,}5^\circ}{2}} = 38{,}41\ \text{cm}$$

$$r_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{48{,}6\ \text{cm}}{\sin \frac{117^\circ}{2}} = 28{,}50\ \text{cm}$$

Inhalt des gemeinsamen Flächenstücks:

$$A = A_1 + A_2 = \left(\frac{\alpha}{360^\circ} \pi - \frac{1}{2} \sin\alpha \right) r_1^2 + \left(\frac{\beta}{360^\circ} \cdot \pi - \frac{1}{2} \sin\beta \right) r$$

$$= \left(\frac{78{,}5^\circ}{360^\circ} \pi - \frac{1}{2} \sin 78{,}5^\circ \right) \cdot 38{,}41^2\ \text{cm}^2$$

$$+ \left(\frac{117^\circ}{360^\circ} \pi - \frac{1}{2} \sin 117^\circ \right) \cdot 28{,}50^2\ \text{cm}^2$$

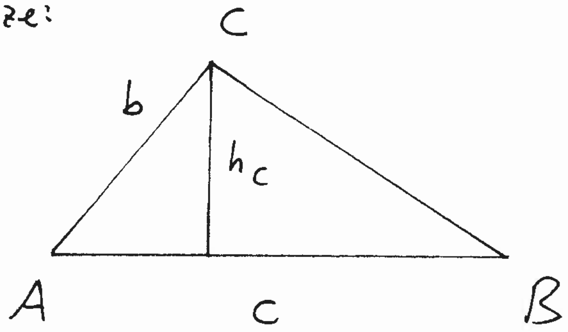
$$= 287{,}81\ \text{cm}^2 + 467{,}46\ \text{cm}^2$$

$$= \underline{\underline{755{,}27\ \text{cm}^2}}$$

Lösungen zum Übungsblatt vom 2[illegible].8.200[illegible]

10) Gegeben: $b = 4{,}5\,\text{cm}$; $c = 5\,\text{cm}$; $h_c = 3\,\text{cm}$

Skizze:



Flächeninhalt:

$$A = \frac{1}{2}\, c \cdot h_c = \frac{1}{2}\, b \cdot c \cdot \sin\alpha$$

$$\Leftrightarrow \quad \sin\alpha = \frac{h_c}{b} = \frac{3\,\text{cm}}{4{,}5\,\text{cm}} = \frac{2}{3}$$

D.h. $\underline{\underline{\alpha_1 = 41{,}8^\circ}}$ oder $\underline{\underline{\alpha_2 = 138{,}2^\circ}}$

Kosinussatz:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

$$a_1 = \sqrt{4{,}5^2 + 5^2 - 2 \cdot 4{,}5 \cdot 5 \cdot \cos 41{,}8^\circ}\ \text{cm} = \underline{\underline{3{,}4\,\text{cm}}}$$

$$a_2 = \sqrt{4{,}5^2 + 5^2 - 2 \cdot 4{,}5 \cdot 5 \cdot \cos 138{,}2^\circ}\ \text{cm} = \underline{\underline{8{,}9\,\text{cm}}}$$

Sinussatz:

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{b}{a} \qquad \sin\beta = \frac{b}{a} \cdot \sin\alpha$$

Lösungen zum Übungsblatt vom 20.8.2003

noch 10)

1. Lösungsdreieck:

$$\sin\beta_1 = \frac{4{,}5\,cm}{3{,}4\,cm} \cdot \sin 41{,}8^\circ \Rightarrow \underline{\underline{\beta_1 = 61{,}9^\circ}}$$

oder $118{,}1^\circ$

Da $c > b$ muss $\gamma > \beta$ sein; damit scheidet $\beta = 118{,}1^\circ$ aus.

2. Lösungsdreieck:

$$\sin\beta_2 = \frac{4{,}5\,cm}{8{,}9\,cm} \cdot \sin 138{,}2^\circ \Rightarrow \underline{\underline{\beta_2 = 19{,}7^\circ}}$$

oder $160{,}3^\circ$

Da $c > b$ muss $\gamma > \beta$ sein; damit scheidet $160{,}3^\circ$ aus.

Winkelsumme:

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta$$

$$\gamma_1 = 180^\circ - 41{,}8^\circ - 61{,}9^\circ = \underline{\underline{76{,}3^\circ}}$$

$$\gamma_2 = 180^\circ - 138{,}2^\circ - 19{,}7^\circ = \underline{\underline{22{,}1^\circ}}$$

Es gibt zwei Lösungsdreiecke:

$a_1 = 3{,}4\,cm$	$a_2 = 8{,}9\,cm$
$\alpha_1 = 41{,}8^\circ$	$\alpha_2 = 138{,}2^\circ$
$\beta_1 = 61{,}9^\circ$	$\beta_2 = 19{,}7^\circ$
$\gamma_1 = 76{,}3^\circ$	$\gamma_2 = 22{,}1^\circ$