

Bd 4, S. 71 A3

Kreisumfang: x (Radius = $\frac{x}{2\pi}$)

Quadratumfang: $y = a - x$ (Seitenlänge = $\frac{y}{4}$)

$$(0 < x < a)$$

$$A_g = A_q + A_k \Rightarrow A_g(x, y) = \left(\frac{y}{4}\right)^2 + \pi \left(\frac{x}{2\pi}\right)^2$$

$$\Rightarrow_{y=a-x} A_g(x) = \left(\frac{a-x}{4}\right)^2 + \pi \left(\frac{x}{2\pi}\right)^2$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow A_g'(x) &= \frac{2(a-x)}{4} \left(-\frac{1}{4}\right) + \pi \cdot 2 \cdot \frac{x}{2\pi} \cdot \frac{1}{2\pi} \\ &= -\frac{1}{8}(a-x) + \frac{x}{2\pi} \end{aligned}$$

$$A_g''(x) = \frac{1}{8} + \frac{1}{2\pi} > 0 \quad \forall x \Rightarrow \text{Min.}$$

$$A_g'(x) = 0 \Rightarrow -\frac{1}{8}(a-x) + \frac{x}{2\pi} = 0$$

$$\Leftrightarrow -\pi(a-x) + 4x = 0 \Leftrightarrow -\pi a + \pi x + 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(\pi + 4) = \pi a$$

$$\Rightarrow \boxed{x_{\text{opt}} = \frac{\pi}{\pi + 4} \cdot a}$$

$$\text{Radius Kreis} \approx \frac{\pi}{\pi + 4} \cdot a \approx 0,07 a$$

$$\text{(Kreis)} \quad A_{\text{Min}} \approx 0,015 a$$

$$\text{(Quadrat)} \quad A_{\text{Min}} \approx 0,02 a$$

$$\Rightarrow A_{\text{Min}} \text{ (gesamt)} \approx 0,035 a$$

Randwerte:

$$x=0: A_g = \frac{a^2}{16} \approx 0,0625 a^2 > 0,035 a$$

$$x=a: A_g = \pi \frac{a^2}{4\pi^2} = \frac{a^2}{4\pi} \approx 0,08 a > 0,035 a$$